

Ciclo económico y mercado financiero¹

Josep González i Calvet

Departament de Teoria Econòmica

Universitat de Barcelona

Avda. Diagonal, 690

08034 - Barcelona

RESUMEN

El presente trabajo estudia los efectos dinámicos del proceso de financiación de la actividad económica. Para ello se utiliza un modelo macroeconómico postkeynesiano genérico para una economía cerrada, sin sector público, y se excluyen todos los demás elementos capaces de originar inestabilidad, en especial, los cambios en la distribución de la renta y en el nivel de precios.

En el contexto del modelo se demuestra que el proceso de financiación del sector real es capaz de producir fluctuaciones cíclicas en la tasa de acumulación del capital y en el tipo de interés. Dichas fluctuaciones pueden aparecer bien porque el sistema financiero genera inestabilidad por sí mismo, bien porque retroalimenta la inestabilidad originada por el proceso de acumulación. El resultado es muy general porque sólo depende del cumplimiento de ciertas condiciones económicas en las proximidades del equilibrio, cualesquiera que sean las formas concretas de las funciones de comportamiento.

¹ Agradezco encarecidamente los útiles comentarios de los profesores Javier Ayerbe y Alfons Barceló, de la Universitat de Barcelona, sobre una versión preliminar de este trabajo. Asimismo, agradezco las sugerencias de un evaluador anónimo que han permitido una notable mejora del texto. Agradezco, finalmente, la financiación concedida por la CICYT para el proyecto SEC92-0592, y por la DGICYT para el proyecto PB93/0751, algunos de cuyos resultados se presentan en este artículo. Naturalmente, sólo el autor es responsable del contenido del texto y de los errores que aún subsistan. Primera versión: junio de 1994. Versión final: octubre 1994.

ABSTRACT

The present paper deals with the dynamic effects arising from the financing process of the economic activity. With this purpose we use a post Keynesian generic macroeconomic model, in a closed economy, without public sector and we exclude all other elements able to generate instability, specially the changes on income distribution or on the price level.

In the context of the model we demonstrate that the financing process of the real sector may generate cyclical fluctuations on capital accumulation rate and on interest rate. These fluctuations may appear either because the financial system generates instability by itself or because the financial system provides the feedback to the instability generated by the accumulation process. The result is very general because it depends only on the fulfillment of some economic conditions near the equilibrium, whatever are the concrete forms of the behavioral functions.

INTRODUCCIÓN

Desde los años 30, con los trabajos pioneros de Ragnar Frisch, Michal Kalecki y Paul Samuelson (*Frisch, 1933; Kalecki, 1935; Samuelson, 1939*), la teoría de los ciclos económicos ha recibido aportaciones decisivas de autores cuyas posiciones teóricas y metodológicas son muy dispares. En la actualidad hay dos grandes grupos de teorías de los ciclos económicos: las basadas en modelos estocásticos, siguiendo el enfoque de las expectativas racionales y las basadas en modelos deterministas, siguiendo un enfoque postkeynesiano.

Los modelos estocásticos explican los ciclos económicos por la existencia de *shocks* exógenos, reales o monetarios, que por su carácter estocástico no pueden ser adecuadamente previstos por los agentes (*Kydland y Prescott, 1982; Long y Plosser, 1983; Lucas 1987*). Algunos de estos modelos funcionan explícitamente con información incompleta (*Lucas, 1972*) o con rigideces en precios y/o salarios (*Fischer, 1977; McCallum, 1986*). Buena parte de la moderna investigación en ciclos económicos sigue estas líneas de trabajo.

En el desarrollo de los modelos de tipo determinista los autores postkeynesianos, bastante alejados de la ortodoxia, han tenido un papel clave. Pese a la heterogeneidad teórica de este enfoque, existe un amplio consenso acerca del carácter endógeno de los ciclos económicos y del papel clave que en ellos juegan algunas funciones

de comportamiento, como la relación inversa entre desempleo y salarios reales (*Goodwin, 1967*), o la relación entre inversión, demanda y distribución de la renta (*Kalecki, 1935; Kalecki, 1937; Kalecki, 1938; Kaldor, 1940; Kalecki, 1971*). Estas ideas han sido ampliamente desarrolladas en muchos trabajos posteriores (*Goodwin y Punzo, 1987; Velupillai, 1990; Velupillai, 1992; Jarsulic, 1993; Lorenz, 1993*).

Aunque los modelos deterministas son más limitados, presentan la ventaja de que permiten explicar de un modo relativamente simple de qué modo unas relaciones de comportamiento sencillas pueden dar lugar a fluctuaciones económicas. En este sentido, el modelo determinista capta algunos aspectos esenciales del fenómeno cíclico; sin embargo, tan sólo constituye un punto de partida de explicaciones más completas.

Bastantes autores han puesto de manifiesto que la financiación de la economía puede estar en el origen de las fluctuaciones (*Hayek, 1931; Friedman y Schwartz, 1963; Minsky, 1975; Kindleberger, 1978*). Sin embargo, se han desarrollado muy pocos modelos donde este mecanismo aparezca con claridad y sin recurrir a comportamientos estocásticos del Banco Central (*Tobin, 1970; Foley, 1987; Jarsulic, 1988; Jarsulic, 1989*).

El modelo del profesor Jarsulic tiene especial interés porque es de una especificación muy simple y tiene amplias posibilidades de aplicación y extensiones. Pero se ha demostrado que en su trabajo hay numerosos errores cuya corrección acota drásticamente el campo de validez de su modelo (*González Calvet y Sánchez Chóliz, 1994*).

En el presente trabajo se muestra que los resultados de González y Sánchez pueden generalizarse y hacerse independientes del modelo concreto, puesto que se basan tan solo en algunas propiedades económicas y dinámicas fundamentales. Con ello se muestra que el ciclo económico de origen financiero aparecerá siempre que se den determinados comportamientos, con independencia de cualesquiera otros factores.

En el texto que sigue se desarrolla, en primer lugar, un modelo genérico de una economía cerrada, sin sector público, con un sector real y un sector financiero. En segundo lugar se estudian la existencia y las propiedades dinámicas del equilibrio de esa economía y se identifican las condiciones bajo las cuales pueden darse fluctuaciones cíclicas. Finalmente, se discute el funcionamiento de los distintos mecanismos económicos que propician la aparición de ciclos económicos de origen financiero.

EL SECTOR REAL

Las definiciones básicas del modelo vienen dadas por las expresiones siguientes:

$$[1] \quad I = Kg,$$

donde I es la inversión bruta, K el stock de capital fijo y g la tasa bruta de acumulación. Por consiguiente, la tasa de crecimiento del stock de capital será:

$$[2] \quad \hat{K} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{I - \delta K}{K} = g - \delta,$$

donde el punto indica tasa de variación instantánea (dK/dt), el acento circunflejo indica tasa de crecimiento instantánea ($d \ln K / dt$) y δ es la tasa de depreciación, que se supone constante, del stock de capital.

Dado que tanto los cambios en la distribución de la renta como las variaciones del nivel de precios son dos importantes fuentes de inestabilidad e incluso de fluctuaciones cíclicas, se supondrá que ambas variables toman un valor constante y, por consiguiente, quedan excluidas del modelo. Sólo mediante esta drástica simplificación podrá identificarse claramente si la financiación del sector real puede originar por sí misma dinámicas complejas.

En cuanto a las relaciones de comportamiento, se considera que la demanda determina el nivel de producción de la economía y que no hay restricciones de mano de obra ni de equipo productivo.

Se supone que el gasto de consumo dependerá del nivel de ingreso y del tipo de interés según una función relativamente simple que cumple las propiedades habituales, aunque esta condición no es imprescindible:

$$[3] \quad C = c(y, r), \quad I > c'_y > 0, c'_r < 0.$$

A partir de las relaciones anteriores se deduce la condición de equilibrio para el sector real de la economía, cuando la producción está determinada por la demanda:

$$[4] \quad y = C + I;$$

$$[5] \quad y - c(y, r) = gK;$$

$$[6] \quad y = m(r) gK = \mu gK.$$

donde $\mu = m(r)$ es el multiplicador de la inversión el cual va a depender del tipo de interés. Obsérvese que dada la relación negativa entre el gasto de consumo y el tipo de interés, $m(r)$ será una función decreciente en relación al tipo de interés, esto es, $m'_r < 0$. Por consiguiente, el multiplicador variará inversamente al tipo de interés².

Finalmente, se supone que el gasto de inversión depende del nivel de producción y de su movimiento, de la capacidad instalada y del coste financiero del endeudamiento de las empresas. Aunque hay especificaciones simples como el acelerador flexible que describen razonablemente bien la relación agregada entre producción, capacidad y demanda de inversión (*Andrés, et al., 1990; Andrés, et al., 1991*), aquí se utilizará una expresión genérica de signo indeterminado. Tan sólo se considera que el coste financiero afecta negativamente a la inversión. Por consiguiente, el cambio en el gasto de inversión podrá expresarse, en términos de la tasa de acumulación, g , como:

$$[7] \quad g'(t) = \gamma(g, r), \quad \gamma'_r < 0.$$

EL SECTOR FINANCIERO

El sistema financiero de la economía se describe de un modo muy simple, mediante un mercado financiero en el que aparecen agregados todos los activos financieros. Esta simplificación permite que el modelo se especifique con muy pocas relaciones aunque es sabido que con ello se eliminan muchas de las características financieras de las economías modernas. Sin embargo, la ventaja de esta simplificación reside en que permite destacar muy claramente un poderoso mecanismo de inestabilidad originado por la financiación de la actividad productiva y consuntiva.

Siguiendo las sugerencias de autores post-keynesianos como Davidson, Eichner y Moore, la financiación del proceso productivo de las empresas se realiza mediante los ingresos por ventas y mediante crédito bancario que cubre las necesidades de capital circulante del proceso productivo y el desfase temporal entre producción y ventas (*Arestis, 1988; Jarsulic, 1988*). Asimismo los procesos inversores de

²Según el teorema de la función inversa, para obtener una función de gasto como la recogida en [6] basta con que la función de consumo sea continua, diferenciable y que sus derivadas parciales sean distintas de cero.

ampliación de capacidad se financian, en primer lugar, con cargo a los fondos propios –beneficios no distribuidos– y, en segundo lugar, mediante créditos bancarios y emisión de obligaciones aunque, de acuerdo con la visión kaleckiana, la capacidad de endeudamiento de las empresas está limitada por su tamaño (*Kalecki, 1971; Lavoie, 1992*).

En cuanto a la provisión de crédito y circulante, se considera que el sistema financiero dispone de capacidad y flexibilidad suficiente como para crear los medios de financiación necesarios. Por su parte, el ahorro doméstico, se supone que va a parar a los depósitos bancarios o se coloca en obligaciones o en acciones de las empresas³. El papel del Banco Central afecta sobre todo al tipo de interés dado que la provisión de reservas monetarias es, por razones institucionales, bastante acomodaticia (*Kaldor, 1982; Lavoie, 1992*). Por consiguiente, la oferta de financiación se considerará endógena aunque podría ser afectada por la política del Banco Central.

El mercado financiero podrá describirse con las relaciones siguientes:

$$[8] \quad C^s = C^s(r, y, e);$$

$$[9] \quad C^d = C^d(r, y, g);$$

donde C^s indica la oferta de financiación (dinero-crédito), e son las reservas bancarias, que reflejan la política monetaria del banco central y la innovación financiera, y C^d es la demanda de financiación. Por lo general, se considera que la oferta de financiación tenderá a expansionarse cuanto mayor sea el nivel de actividad productiva –los bancos concederán más créditos por mayor solvencia de las empresas–, cuanto más alto sea el tipo de interés y cuanto más alto sea el nivel de reservas. De modo análogo, se considera que la demanda de financiación aumenta con el nivel de actividad económica –más demanda de capital circulante y para transacciones– y con el ritmo de inversión, mientras que disminuye a medida que aumenta el tipo de interés.

Pese a ello, dichas funciones se mantendrán con su *formulación general*, sin explicitar otros supuestos sobre su comportamiento. De este modo se consigue, por una parte, que puedan reflejar comportamientos más complejos como los que

³ Obsérvese que, de este modo, se excluyen todas las operaciones financieras de carácter puramente especulativo. Aunque con ello se descarta buena parte de las operaciones financieras también se eliminan muchos factores adicionales de inestabilidad (*Kindleberger, 1978*).

se obtendrían en caso de considerar los distintos mercados financieros por separado y, por otra parte, queda más preservada la endogeneidad de la oferta de financiación puesto que si se impone una relación positiva entre ésta y el tipo de interés se incorpora de modo implícito una limitación exógena a la oferta de financiación (Lavoie, 1992).

La condición de equilibrio del mercado financiero exige que se igualen la oferta y demanda de financiación, con lo que se tendrá que:

$$[10] \quad C^s = C^d,$$

y, substituyendo por las expresiones [8] y [9], quedará:

$$[11] \quad C^s(r, y, e) = C^d(r, y, g),$$

Si, de acuerdo con Kaldor, Lavoie y otros autores post-keynesianos, se toma el tipo de interés como exógeno y fijado por el banco central, el mercado financiero estará siempre en equilibrio y, por consiguiente, la tasa de acumulación de la economía, g , dependerá exclusivamente de r según la expresión [7]. Sin embargo, según el plazo y el riesgo —esto es, según los instrumentos financieros—, existe una amplia gama de tipos de interés que toma como referencia el tipo del banco central. Por ello, a medida que transcurre el tiempo y varían las circunstancias de las empresas o del conjunto de la economía, aunque permanezcan inalterados tanto la gama como el tipo base, *cambiará la estructura de la financiación concedida y, por tanto, cambiará el tipo de interés promedio* que presentará un importante componente endógeno.

Si, para aislar completamente los efectos de las acciones de la autoridad monetaria, se supone que el banco central mantiene fijo a su nivel de largo plazo el tipo de interés que aplica a los bancos, entonces los movimientos del tipo de interés del mercado financiero serán de carácter puramente endógeno y reflejarán el ajuste del mercado⁴. La ecuación de movimiento del tipo de interés se podrá deducir a partir de la condición de equilibrio de dicho mercado. De la expresión [11] se tendrá que el tipo de interés de equilibrio será:

⁴ Los bancos tienen fuertes incentivos para llevar a cabo una gestión correcta debido a las posibilidades de inspección, sanción e intervención que tiene el Banco Central, aunque éste mantenga constante el tipo de interés.

$$[12] \quad r = h(r, y, e, g),$$

e introduciendo en esta ecuación la condición de demanda efectiva dada por la expresión [6] se obtendrá que:

$$[13] \quad r = h(r, \mu g K, e, g) = j(r, g, K, e).$$

De la expresión [13] se obtiene directamente la ecuación de movimiento del tipo de interés tomando derivadas con respecto al tiempo:

$$[14] \quad r'(t) = j_r' r'(t) + j_g' g'(t) + j_K' K'(t) + j_e' e'(t).$$

Dado que el banco central provee las reservas necesarias a un coste fijo, se tendrá que $j_e' = 0$. Por otra parte, considerando las expresiones [1], [2] y [4] tendremos que la expresión anterior puede reescribirse como:

$$[15] \quad r'(t) = [j_g' \gamma(g, r) + j_K' (g - \delta) K] / (1 - j_r')$$

Para la mayor parte de especificaciones de la oferta y demanda de crédito, la ecuación [15] será bastante incómoda porque las variaciones del tipo de interés se vinculan a tres variables⁵. Con ello, el análisis del sistema genérico presenta muchos casos distintos dependiendo sólo del signo y del valor absoluto de cada elemento no nulo del jacobiano del sistema formado por las ecuaciones [2], [7] y [15]. Por esa razón no tiene sentido proceder a su análisis sin partir de una especificación mucho más concreta⁶.

⁵ Si el Banco Central presenta alguna política monetaria que limite la disponibilidad de reservas, entonces $j_e' \neq 0$ y aparecería un término en e . Si el banco siguiera una regla fija de crecimiento de e , por ejemplo a una tasa ϵ , se podría desacoplar dicha ecuación del resto del sistema pero si la política monetaria fuera más compleja entonces habría que considerar un sistema de 4 ecuaciones diferenciales acopladas.

⁶ Hay siete elementos no nulos y sólo uno tiene signo definido a priori. Además, habrá siete factorial ordenaciones posibles de los valores absolutos de tales elementos. A partir del sistema genérico sólo podrá deducirse que, por lo menos, existe una raíz característica real aunque no se conoce su signo. Pero al no conocer ni el valor ni el signo de cada elemento del jacobiano no hay modo de conocer las características dinámicas del sistema.

Sin embargo, existe un grupo de funciones para las que esa dificultad desaparece. Si las funciones de oferta y demanda de crédito tienen una especificación exponencial, entonces la tasa de crecimiento del tipo de interés sólo dependerá de las tasas de crecimiento de las otras variables que, a su vez, sólo son funciones de g y de $r - \delta$ es constante—. En ese caso, la expresión [15] tendría una formulación más simple, del tipo:

$$[16] \quad r'(t) = \rho(g, r).$$

A pesar de que, formalmente, esta nueva expresión se deduce de la ecuación [13] sólo para una clase reducida de funciones, no hay que perder de vista que, al mismo tiempo, representa a un conjunto de funciones mucho más amplio. Dado que, por definición, los cambios en K dependen de g y son lineales en g , tal como aparece en las ecuaciones [1] y [2], es posible que una función compleja en g pueda aproximar de modo satisfactorio la influencia de K sobre el tipo de interés o incluso que las reglas de decisión de los agentes tomen sólo en cuenta g y r . Por consiguiente, la expresión [16] abarca no sólo los casos especiales en que la oferta y demanda de financiación son funciones exponenciales sino que incluye todos los demás casos en que las relaciones del mercado financiero puedan formularse mediante una aproximación más o menos compleja en términos del tipo de interés y de la tasa de acumulación, r , g . En este sentido, el sistema formado por [7] y [16] es suficiente para representar cualquier especificación de las relaciones macroeconómicas de los modelos habituales —en especial, el IS-LM— y bastantes especificaciones de modelos más desagregados. A diferencia del sistema original, el modelo con dos variables tiene un número de casos lo bastante reducido como para abordar su análisis genérico.

EXISTENCIA Y PROPIEDADES DEL EQUILIBRIO

El comportamiento dinámico del modelo vendrá determinado por la interacción entre la tasa de acumulación y el tipo de interés que recoge el sistema de ecuaciones diferenciales dado por [7] y [16]:

$$[17 \text{ a}] \quad g'(t) = \gamma(g, r),$$

$$[17 \text{ b}] \quad r'(t) = \rho(g, r).$$

Si las funciones γ , ρ son continuas y diferenciables, entonces por el teorema de la existencia se garantiza que hay una solución y que ésta es única. Ello significa que por cada punto del espacio (g, r) pasa una y sólo una solución o, lo que es lo mismo, que las trayectorias no se cortan ni con otras trayectorias ni consigo mismas.

Para que exista un equilibrio es necesario y suficiente que para un vector (g^*, r^*) se cumpla que $g'(t) = r'(t) = 0$. Dada la gran variedad de formas que pueden adoptar tanto \tilde{a} como \tilde{n} , cualquier conjunto de condiciones suficientes con validez general para que se dé un equilibrio será innecesariamente restrictivo y excluirá muchos casos que pueden surgir con especificaciones concretas. Por consiguiente, en el análisis que sigue se supondrá que existe algún equilibrio dejando la demostración de la existencia para cada caso específico. En general, el sistema no siempre presentará un equilibrio trivial cuando g, r toman valores nulos.

Sin embargo, si se tienen en cuenta las condiciones económicas, se pueden acotar mucho más algunas propiedades del sistema, simplificando su análisis. En primer lugar, dado que no hay cambios en los precios, el tipo de interés no puede ser negativo —no tendría sentido económico—. Asimismo, aunque la inversión neta puede ser negativa, la inversión bruta es siempre positiva o, a lo sumo cero, esto es, $g \geq 0$ ⁷. El cumplimiento de tales requisitos económicos implica, necesariamente, que los ejes de coordenadas separen dinámicamente el ortante positivo de los demás —por lo que el origen de coordenadas será un equilibrio trivial— y que el espacio \mathbf{R}^{++} sea el único con significado económico. Con ello también se restringe notablemente el ámbito del análisis.

Por consiguiente, para que exista algún equilibrio significativo bastará con que las funciones γ , ρ existan cuando $g, r > 0$ y que ambas funciones se anulen de forma simultánea para al menos un par $g^*, r^* > 0$. Además, si las funciones γ , ρ son lo bastante complejas, puede que existan múltiples equilibrios.

Las propiedades dinámicas del modelo se deducen de las trayectorias en el espacio de fases y del análisis de la estabilidad local de los equilibrios. Dado

⁷ Esta condición implica que no hay destrucción de equipo productivo sino sólo depreciación. Aunque pueden aducirse ejemplos de destrucción de capacidad productiva en algunas empresas o sectores, la inversión bruta agregada siempre se ha mantenido por encima del 10 o el 15 % del PIB —salvo en épocas de guerra—, esto es, la pérdida agregada de equipo productivo ha sido siempre inferior a la depreciación del mismo. Además, en términos formales siempre se puede proceder a un cambio de coordenadas y reespecificar el sistema con una nueva variable que nunca tome valores negativos.

que este modelo tiene sólo dos dimensiones, se podrá efectuar buena parte del análisis en términos gráficos sin necesidad de usar otras técnicas más refinadas.

ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD LOCAL

Por el teorema de Hartman-Grobman existe una equivalencia topológica entre el sistema original y su linealización en el entorno cercano al punto de equilibrio siempre que dicho punto sea hiperbólico —esto es, que las partes reales de los valores propios del sistema linealizado evaluadas en ese punto sean no nulas (Hirsch i Smale, 1974; Guckenheimer i Holmes, 1990; Perko, 1991; Arrowsmith i Place, 1992)—.

El sistema linealizado viene dado por la matriz jacobiana del sistema original [17]:

$$[18], J_A = \begin{bmatrix} \gamma'_g & \gamma'_r \\ \rho'_g & \rho'_r \end{bmatrix}$$

y basta con conocer el signo y magnitud relativa de la traza y del determinante⁸ de la matriz jacobiana evaluada en el equilibrio A para deducir como serán las raíces de su ecuación característica y, por tanto, saber el comportamiento dinámico del sistema. Los casos posibles se presentan en la Tabla 1:

Tabla 1. Análisis de la estabilidad local

Det $[J_A] < 0$, Tr $[J_A] >, =, < 0$	inestable (punto de silla)
Det $[J_A] > 0$, Tr $[J_A] < 0$	estable
Det $[J_A] > 0$, Tr $[J_A] > 0$	inestable
Det $[J_A] > 0$, Tr $[J_A] = 0$	No hiperbolicidad. Teorema no aplicable.

Para que existan movimientos de carácter cíclico es necesario que el sistema describa órbitas. Hay dos clases de órbitas, las cerradas como las de un sistema conservativo

⁸ Las funciones γ y ρ son funcionalmente independientes, por lo que Det $[J] \neq 0$.

o las de un ciclo límite, y las órbitas que conectan puntos de silla, como las órbitas homoclínicas y las heteroclínicas. Por el teorema de Peixoto (*Guckenheimer y Holmes, 1990*) sabemos que los equilibrios no hiperbólicos, como los sistemas conservativos, y las órbitas que pasan por puntos de silla son estructuralmente inestables. Es decir, en sistemas de dos dimensiones sólo los ciclos límite describen órbitas estructuralmente estables. Dado que la dinámica económica se caracteriza por su notable estabilidad estructural —es decir, las fluctuaciones nunca sobrepasan ciertos topes aunque varíen los comportamientos o los parámetros—, aquí sólo se abordarán aquellos modelos que sean capaces de generar ciclos límite.

Por el teorema de Poincaré-Bendixson, la condición necesaria y suficiente para que exista al menos un ciclo límite consiste en que pueda definirse un conjunto invariante no vacío en torno al punto de equilibrio inestable.

Por consiguiente, las fluctuaciones cíclicas sólo aparecerán asociadas a nodos o focos inestables, esto es, cuando la traza y el determinante del jacobiano del sistema evaluados en esos puntos sean positivos.

CONDICIONES PARA LA EXISTENCIA DE UN CICLO LÍMITE

Las condiciones necesarias y suficientes para que exista al menos un ciclo límite son:

$$[19] \quad \text{Tr } [J_A] = \gamma'_g + \rho'_r > 0;$$

$$[20] \quad \text{Det } [J_A] = \gamma'_g \rho'_r - \gamma'_r \rho'_g > 0;$$

[21] Existe un conjunto invariante, compacto, conectado y no vacío en el que está contenido el equilibrio A y que no contiene ningún otro equilibrio estable.

A partir de las condiciones [19] y [20] pueden obtenerse todos los casos posibles en que podrá existir un ciclo límite, según el signo que tomen los elementos del jacobiano.

Pero las expresiones [19] y [20] son solamente condiciones necesarias para que existan fluctuaciones en el entorno del equilibrio. La condición suficiente viene dada por la existencia de un área dinámicamente cerrada —un conjunto compacto y positivamente invariante— que incluya en su interior al equilibrio inestable.

La definición de dicho conjunto puede efectuarse mediante el análisis del sistema

en un entorno más amplio. En términos gráficos, dicho análisis se efectúa hallando las isoclinas del sistema que, a su vez, permiten determinar las trayectorias en el espacio de fases. Las isoclinas de equilibrio, esto es, las funciones para las que g y r están en equilibrio vienen dadas en forma implícita cuando las ecuaciones del sistema [17] se anulan:

$$[22 \text{ a}] \quad g'(t) = \gamma(g, r) = 0;$$

$$[22 \text{ b}] \quad r'(t) = \rho(g, r) = 0.$$

Estas expresiones pueden ser representadas sobre el plano g, r y además, en buena parte de los casos, es posible obtener explícitamente las funciones del tipo $r = f(g)$ para las cuales se anulan $g'(t)$ y $r'(t)$. Dichas funciones, cuando puedan obtenerse, podrán expresarse como:

$$[23 \text{ a}] \quad r = G(g);$$

$$[23 \text{ b}] \quad r = R(g).$$

Debe destacarse que, aun cuando no pueda explicitarse un sistema como el [23], siempre podrá ser representado a partir del sistema [22] y, además, siempre que $\gamma'_r, \rho'_r \neq 0$ se podrán conocer exactamente G'_g, R'_g en cualquier punto, puesto que vienen definidas por el teorema de la función implícita:

$$[24 \text{ a}] \quad -\gamma'_g / \gamma'_r = G'_g;$$

$$[24 \text{ b}] \quad -\rho'_g / \rho'_r = R'_g.$$

Por consiguiente, a partir del conjunto de condiciones [19] y [20] y siempre que $\gamma'_r, \rho'_r \neq 0$, podrá construirse el diagrama de fases y se conocerán las trayectorias en un entorno próximo al punto de equilibrio para cualquier sistema genérico. Con ello podrá probarse si se dan las condiciones locales necesarias para que exista un ciclo límite. Para la obtención de las condiciones suficientes será necesario tener más información sobre el sistema y construir el diagrama de fases global.

En la Tabla 2 se exponen todos los casos posibles en los que se cumplen las condiciones de inestabilidad local dadas por [19] y [20] y se determinan el signo y valor relativo de las pendientes de las isoclinas en el equilibrio.

Tabla 2. *Equilibrios inestables compatibles con ciclo límite*

$\text{Tr}[J_A] > 0$	$\text{Det}[J_A] > 0$	Isoclinas
$\gamma'_g, \rho'_r > 0$	(a) $\rho'_g, \gamma'_r < 0$ y $\gamma'_g \rho'_r > \rho'_g \gamma'_r $ (b) $\rho'_g, \gamma'_r > 0$ y $\gamma'_g \rho'_r > \rho'_g \gamma'_r$ (c) $\rho'_g < 0, \gamma'_r > 0$ (d) $\rho'_g > 0, \gamma'_r < 0$ (e) $\rho'_g = 0, \gamma'_r >, =, < 0$ (f) $\gamma'_r = 0; \rho'_g >, =, < 0$	$G'_g > R'_g > 0$ $G'_g < R'_g < 0$ $G'_g < 0, R'_g > 0$ $G'_g > 0, R'_g < 0$ $G'_g <, =, > 0, R'_g = 0$ G'_g discontinua, $R'_g <, =, > 0$
$\gamma'_g > 0 > \rho'_r$	(g) $\rho'_g < 0, \gamma'_r > 0$ y $ \gamma'_g \rho'_r < \rho'_g \gamma'_r $	$R'_g < G'_g < 0$
$ \gamma'_g > \rho'_r $	(h) $\rho'_g > 0, \gamma'_r < 0$ y $ \gamma'_g \rho'_r < \rho'_g \gamma'_r $	$R'_g > G'_g > 0$
$\gamma'_g < 0 < \rho'_r$	(i) $\rho'_g < 0, \gamma'_r > 0$ y $ \gamma'_g \rho'_r < \rho'_g \gamma'_r $	$R'_g > G'_g > 0$
$ \gamma'_g < \rho'_r $	(j) $\rho'_g > 0, \gamma'_r < 0$ y $ \gamma'_g \rho'_r < \rho'_g \gamma'_r $	$R'_g < G'_g < 0$
$\rho'_r > \gamma'_g = 0$	(k) $\rho'_g < 0, \gamma'_r > 0$ (l) $\rho'_g > 0, \gamma'_r < 0$	$G'_g = 0, R'_g > 0$ $G'_g = 0, R'_g < 0$
$\gamma'_g > \rho'_r = 0$	(m) $\rho'_g < 0, \gamma'_r > 0$ (n) $\rho'_g > 0, \gamma'_r < 0$	$G'_g < 0, R'_g$ discontinua $G'_g > 0, R'_g$ discontinua

DISCUSIÓN

En la Tabla 2 se recogen todos los casos en que, desde una perspectiva puramente formal, pueden presentarse oscilaciones siempre que también se cumpla la condición [21]. Sin embargo, por las razones económicas más arriba expuestas, el análisis debe limitarse al primer ortante que, además, debe estar separado dinámicamente de los demás. Por otra parte, desde el punto de vista económico, hay diversos casos que carecen de interés porque implican comportamientos de las funciones γ y ρ que

carecen de sentido económico. Con todo ello, la casuística significativa queda notablemente reducida.

Una hipótesis económica sobre la que existe un amplio consenso es que el coste de financiación afecta negativamente al ritmo de acumulación. En términos formales, esta hipótesis se expresa haciendo $\gamma'_r < 0$ y, con ello, se reduce el número de casos significativos a sólo siete $-a, d, e, h, j, l, n-$. Si además, de modo similar a la hipótesis del acelerador, se supone que en el entorno cercano al equilibrio los cambios en la inversión se relacionan positivamente con el nivel de inversión se tendrá que, en términos de la tasa de acumulación, $\gamma'_g > 0$ y el número de casos bajo los que puede darse un ciclo límite, con pleno sentido económico, se reduce a cinco $-a, d, e, h, n-$.

Bajo estos supuestos, el modo como aparezcan las fluctuaciones en la inversión y en los tipos de interés dependerá del comportamiento del mercado financiero. Si, en primer lugar, el tipo de interés se autoacelera, esto es $\rho'_r > 0$, entonces las fluctuaciones aparecen cualquiera que sea la relación entre las variaciones del tipo de interés y la tasa de acumulación $-casos a, d, e-$ aunque con algunas restricciones cuando esa relación es negativa $-caso a-$. Ello se debe a que si el tipo de interés se autoacelera, el sector financiero genera inestabilidad por sí mismo, añadiéndose a la inestabilidad que ya se da en el sector real por la hipótesis del acelerador de la inversión. Si además, como en el caso *a*, existe una relación entre los sectores tal que un aumento del gasto reduce el tipo de interés $-esto es, que $\rho'_g < 0-$ puede que, en algunos casos, el sistema presente una inestabilidad mucho más pronunciada $-punto de silla-$. Conviene resaltar que la aparición de ciclos límite en estos casos exige varias no linealidades en γ y ρ , tal como ilustran los gráficos 1, 2 y 3.$

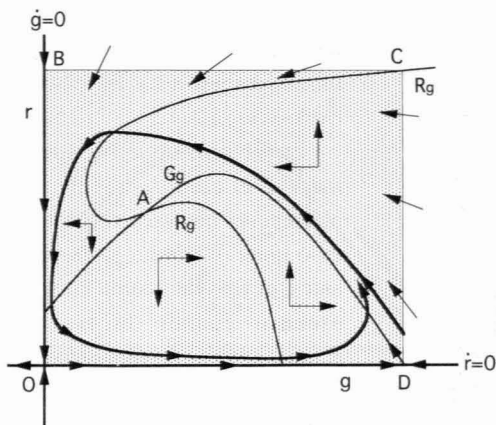


Gráfico 1. Ejemplo de ciclo límite. Caso *a*.

El área sombreada de los gráficos indica el conjunto positivamente invariante en torno al equilibrio significativo. Todas las trayectorias, provenientes de cualquier punto del espacio \mathbf{R}^{++} entran en el área OBCD y no vuelven a salir. Los demás equilibrios son todos inestables por construcción, en especial el origen de coordenadas, tal como indican las flechas de dirección.

En el gráfico 1, se ilustra un ejemplo de ciclo límite para el caso *a*.

Cuando la tasa de acumulación sobrepasa cierto umbral, menor que el máximo, la tasa de interés inicia su expansión y crece. Pese al creciente coste financiero, la acumulación sigue aumentando hasta llegar a su máximo debido al fuerte efecto acelerador. Pero, después, el tipo de interés sigue creciendo pese a que la acumulación ya ha iniciado su fase recesiva. Debido a que el tipo de interés también se autoacelera, r sigue aumentando hasta llegar a su máximo en el momento en que la tasa de acumulación ha disminuido lo bastante. A partir de ahí el tipo de interés inicia su descenso al tiempo que la acumulación sigue disminuyendo hasta llegar al mínimo. Finalmente, la progresiva bajada del tipo de interés permite la recuperación de la acumulación, iniciándose un nuevo ciclo.

Debe destacarse que la recuperación de la actividad se inicia cuando la tasa de interés está bajando y llega hasta un nivel lo bastante reducido. A su vez, el declive de la actividad se inicia cuando el tipo de interés está aumentando y alcanza un nivel lo bastante alto. Del mismo modo, hay que destacar que la fase de recuperación y la expansión coinciden con bajos tipos de interés mientras que la fase de declive y la recesión coinciden con altos tipos de interés.

Dado que el coste financiero tiene un efecto negativo sobre la acumulación, la tasa de interés sigue un comportamiento anticíclico. A su vez, el poco corriente valor negativo para ρ'_g parece indicar que el tipo de interés no reacciona al exceso de demanda de crédito tal como normalmente se espera. Ello podría indicar que el sistema bancario se guía más bien por situaciones de solvencia o insolvencia generalizada de las empresas.

La fuerte inestabilidad del modelo aparece porque ambos sectores se autoaceleran y los ciclos sólo pueden darse debido a que se presenten suficientes no linealidades en

las funciones de comportamiento que, implícitamente, fijan límites infranqueables a las trayectorias explosivas.

En el gráfico 2, donde se muestra el caso *d*, hay diversas diferencias menores respecto al caso anterior. Como se ha visto antes, el tipo de interés inicia su ascenso cuando la tasa de acumulación ha sobrepasado cierto umbral menor a su máximo. Asimismo, el tipo de interés

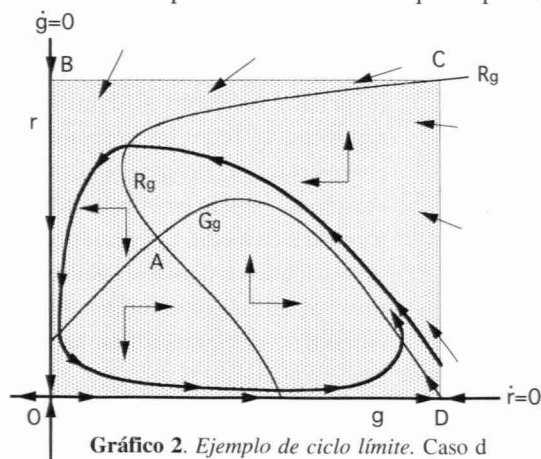


Gráfico 2. Ejemplo de ciclo límite. Caso d

inicia el descenso cuando la tasa de acumulación ha bajado lo suficiente, aunque por encima del mínimo.

Tal como describen los modelos convencionales, en este caso el tipo de interés tendrá un comportamiento anticíclico dado que $\rho'_g > 0$ y $\gamma'_r < 0$. De forma clara, la subida de los tipos de interés contribuiría a frenar la expansión y a precipitar la recesión. Del mismo modo, la caída del tipo de interés en la etapa recesiva contribuiría a la recuperación. Sin embargo, el efecto anticíclico es bastante pequeño comparado con la autoaceleración de los sectores real y financiero. Por ello la inestabilidad prevalece.

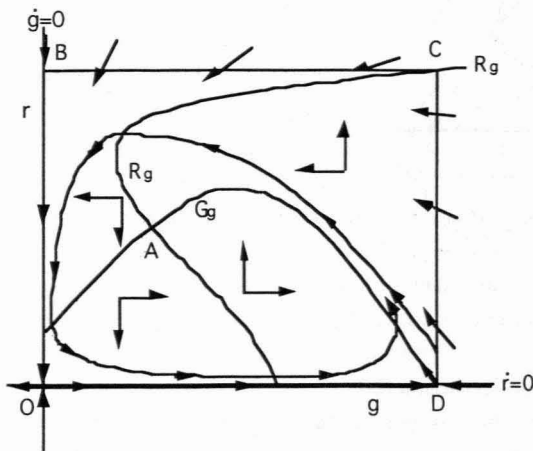


Gráfico 3. Ejemplo de ciclo límite. Caso e

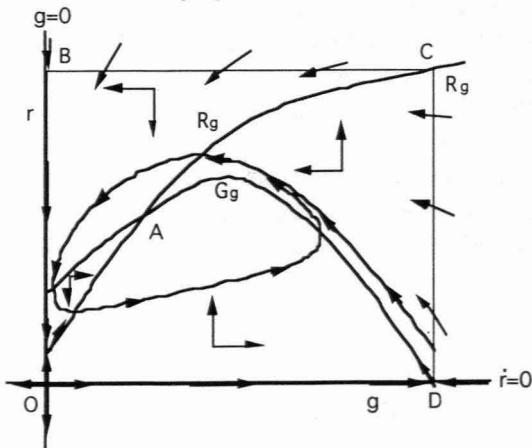


Gráfico 4. Ejemplo de ciclo límite. Caso h

Para la aparición de ciclos son necesarias, de nuevo, algunas no linealidades aunque no tan acusadas como en el caso a.

En el gráfico 3 se ilustra una variante de este mismo caso, cuando $R'_g = 0$.

Si, de forma alternativa al caso anterior, los movimientos del tipo de interés tienden a frenarse a sí mismos, esto es ρ'_r toma valores negativos –caso h, ilustrado en el gráfico 4– entonces la aparición del ciclo límite exige, en primer lugar, que $|\gamma'_g| > |\rho'_r|$. Esta condición es la que explica la inestabilidad del equilibrio puesto que implica que el efecto autoacelerador de la acumulación sea mayor que el efecto de autofrenado del tipo de interés.

En segundo lugar, exige que el tipo de interés esté positivamente relacionado con la tasa de acumulación –esto es, $\rho'_g > 0$ –, que equivale al resultado habitual de los modelos convencio-

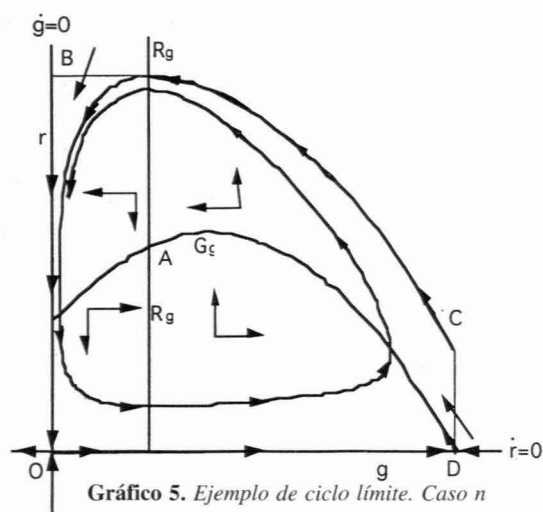


Gráfico 5. Ejemplo de ciclo límite. Caso n

ello, la mayor reacción relativa de la tasa de acumulación a los cambios del tipo de interés permite acotar las divergencias del equilibrio en un ciclo límite.

En este caso, por tanto, la inestabilidad se explica porque el comportamiento anticíclico del tipo de interés es insuficiente para compensar la dinámica inestable de la acumulación que, de todas formas, queda acotada por la mayor sensibilidad relativa de la acumulación a las variaciones del tipo de interés.

En el gráfico 5, se ilustra una posible variante del ejemplo anterior. En suma, en los casos *h* y *n*, es el efecto autoacelerador de la acumulación el que genera la inestabilidad y la transmite al mercado financiero quien, a su vez, no reacciona lo bastante como para compensar los cambios en las necesidades de financiación, pero actúa de mecanismo retroalimentador. Conviene resaltar que si $|\rho'_r|$ es lo bastante grande entonces, de acuerdo con las Tablas 1 y 2, el sistema presentará un equilibrio localmente estable.

Se ha visto que, en los casos *a, d, e*, el comportamiento autoacelerador del mercado financiero es responsable de la generación de inestabilidad y de las fluctuaciones de la inversión, de modo similar al mecanismo descrito por Kindleberger —en especial, expectativas financieras que se autorrealicen y típicas crisis financieras—.

En los casos *h* y *n*, son las expectativas de los inversores las que generan las fluctuaciones ya que, las inversiones no se realizan a pesar de que esté disminuyendo su coste de financiación porque se espera que la demanda seguirá deprimida o, alternatively, se está dispuesto a pagar más para realizar las inversiones porque se espera que los beneficios serán muy superiores debido a la expansión de la demanda. En estos casos, el mecanismo de los ciclos recuerda más imprecisamente la explicación sugerida

nales de que un aumento del gasto presiona al alza a los tipos de interés porque se genera un exceso de demanda de financiación.

Finalmente, la existencia de un ciclo límite en este caso exige que $|\gamma'_g \rho'_r| < |\rho'_g \gamma'_r|$, es decir, que $R'_g > G'_g > 0$. Esta condición es algo más compleja e implica que la sensibilidad relativa de la tasa de acumulación al tipo de interés sea mayor que la sensibilidad relativa al nivel de acumulación. Con

da por Minsky porque el tipo de interés parece obedecer a la demanda en las etapas de recuperación y de recesión, mientras que se comporta según otros indicadores como endeudamiento o acumulación de riesgos en los momentos cercanos al cambio de orientación del ciclo.

El análisis anterior es suficiente para funciones relativamente simples o para un análisis de ámbito local. Sin embargo, si se consideran funciones (γ, ρ) lo suficientemente complejas, aparecen múltiples equilibrios significativos que pueden presentar una amplia gama de comportamientos locales.

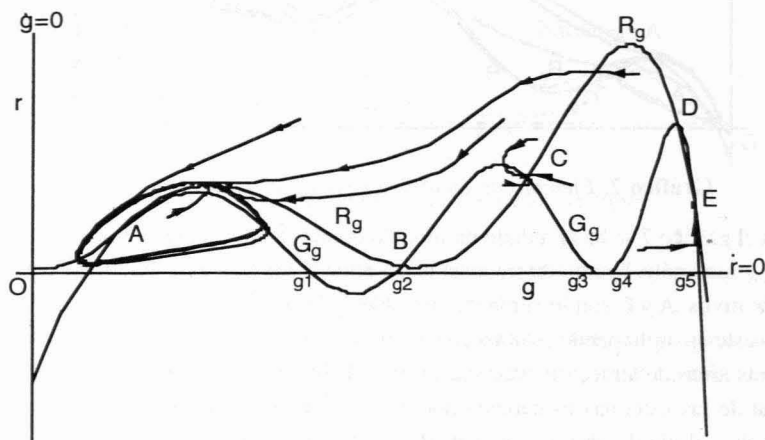


Gráfico 6. Ejemplo de equilibrios múltiples, con ciclos y estabilidad.

En el gráfico 6 se muestra la simulación de un modelo donde γ y ρ son funciones polinómicas en g , de grado 7 y 12 respectivamente, basadas en sendos polinomios de Legendre⁹. En este caso hay 5 equilibrios significativos de entre los cuales A es inestable y B y D son puntos de ensilladura. En torno al equilibrio A aparece un ciclo límite cuyo poder atractor se extiende a gran parte del ortante positivo. En cambio, C y E son localmente estables aunque su capacidad atractora es bastante más limitada. Finalmente, todas las raíces de Gg , esto es $(g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)$, y el origen, O, son equilibrios inestables o puntos de ensilladura. La principal conclusión que se infiere de este ejemplo es que, dependiendo sólo de la situación inicial, la trayectoria del sistema será fluctuante o se estabilizará en torno a uno u otro punto de equilibrio.

⁹ La función $\gamma(g, r)$ es $g'(t) = g [0.25 - 0.5g + 1.5g^3 - g^5 + (1/1024) (-231 + 18018g^2 - 225225g^4 + 1021020g^6 - 2078505g^8 + 1939938g^{10} - 676039g^{12} - r)]$. A su vez, la función $\rho(g, r)$ es: $r'(t) = r [-0.5 + 0.5g^4 + g((0.15 + g) + (1/16) (35g - 315g^3 + 693g^5 - 429g^7) - r)]$.

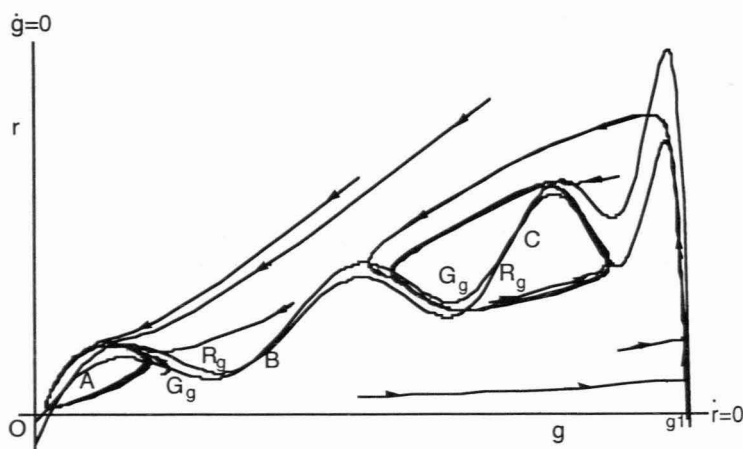


Gráfico 7. Ejemplo de equilibrios múltiples inestables con varios ciclos.

En el gráfico 7 se ha simulado un modelo donde (χ, ρ) son dos polinomios de grado 15 en g , con sólo ligeras diferencias entre ellos¹⁰. En este caso hay tres equilibrios significativos: A y C son localmente inestables y B es punto de silla.

En este ejemplo puede establecerse la existencia de dos ciclos límite en torno a A y C, cuyas áreas de atracción están claramente delimitadas —la mayor parte del área por encima de las isoclinas es captada por A, mientras que gran parte del área entre las isoclinas y el eje de abscisas es captada por C—. Por consiguiente, según cual sea la posición inicial, el sistema se situará sobre uno u otro atractor.

Hay que destacar, sin embargo que entre uno y otro ciclo hay importantes diferencias y no sólo en los valores medios de g y r sino en lo referente a su comportamiento dinámico. Tal como se observa en el gráfico 8, que representa las series temporales correspondientes, hay una gran diferencia tanto en la frecuencia como en la magnitud y brusquedad de las oscilaciones de cada atractor del sistema presentado en el gráfico 7.

De ambos ejemplos se infiere que las trayectorias de los sistemas económicos pueden presentar importantes diferencias cuantitativas y cualitativas dependiendo tanto

¹⁰ La ecuación $\chi(g, r)$ es: $g'(\dot{t}) = g[-0.05 + 1.8g - 0.4g^2 + (1/2048)(6435g - 255255g^3 + 2909907g^5 - 14549535g^7 + 37182145g^9 - 50702925g^{11} + 35102025g^{13} - 9694845g^{15}) - r]$. La ecuación $\rho(r, g)$ viene dada por: $r'(\dot{t}) = r[-0.2 + 1.4g^4 + g/(0.15 + g) + (1/2048)(6435g - 255255g^3 + 2909907g^5 - 14549535g^7 + 37182145g^9 - 50702925g^{11} + 35102025g^{13} - 9694845g^{15}) - r]$.

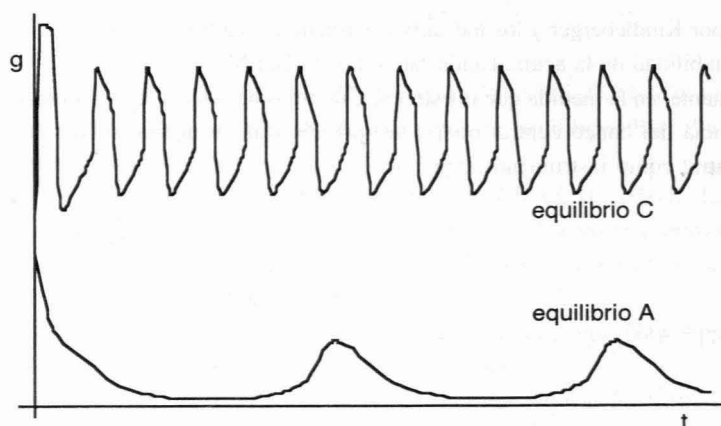


Gráfico 8. *Series temporales de los ciclos múltiples.*

de su posición inicial como de sus relaciones de comportamiento. Sin embargo, pese a esta variedad, las fluctuaciones sólo aparecerán cuando se cumplan unas determinadas propiedades económicas y formales. Sin ir más lejos, tanto en las simulaciones anteriores como en otros modelos (*Jarsulic, 1989*), se han aplicado las condiciones del caso *h*.

CONCLUSIONES

Se han analizado las condiciones bajo las que la actividad financiera origina la aparición de fluctuaciones económicas. Se ha encontrado que si la estructura de los tipos de interés —y, por ende, el tipo de interés promedio— tiene un importante componente endógeno, entonces existen cinco casos significativos bajo los cuales la actividad financiera origina la aparición de fluctuaciones económicas. Sin embargo, sólo en tres casos puede considerarse que el sistema financiero es corresponsable genuino de la inestabilidad mientras que en los otros dos se limita a actuar de simple mecanismo retroalimentador de la inestabilidad inherente al proceso de acumulación. Es de destacar, además, que el tipo de interés puede fluctuar anticíclica o procíclicamente, dependiendo sólo de cuáles son las funciones de comportamiento del sistema.

Con ello no sólo se consigue generalizar los resultados obtenidos en otros trabajos (*Jarsulic, 1989; González Calvet y Sánchez Chóliz, 1994*) sino que se formalizan en forma muy simple el mecanismo de acción de las crisis financieras magistralmente

descritas por Kindleberger y los mecanismos financieros a través de los que se propaga la inestabilidad de la acumulación tal como explica Minsky.

Finalmente, en la medida que la estructura de tipos de interés siga fielmente el tipo de referencia del banco central podría ser posible utilizar el tipo de descuento del banco central como instrumento anticíclico.

BIBLIOGRAFÍA

- ANDRÉS, J., ESCRIBANO, A., MOLINAS, C. Y TAGUAS, D. (1990): La inversión en España. Econometría con restricciones de equilibrio, Barcelona-Madrid, Antoni Bosch-I.E.F.
- ANDRÉS, J., ESCRIBANO, A., MOLINAS, C. Y TAGUAS, D. (1991): «La inversión en España. Un enfoque macroeconómico.», en Molinas, C., Sebastián, M. y Zabalza, A. (ed.): La economía española. Una perspectiva macroeconómica, Barcelona-Madrid, Antoni Bosch-I.E.F., pgs. 171-207.
- ARESTIS, P. (ed.) (1988): Post-Keynesian Monetary Economics. New Approaches to Financial Modelling., Aldershot, Edward Elgar.
- ARROWSMITH, D. K. Y PLACE, C. M. (1992): Dynamical Systems. Differential equations, maps and chaotic behaviour, London, Chapman & Hall.
- FISCHER, S. (1977): «Long term contracts, rational expectations and the optimal money supply rule», Journal of Political Economy, vol. 85, N. 1, pgs. 191-205.
- FOLEY, D. K. (1987): «Liquidity-Profit Rate Cycles in a Capitalist Economy», Journal of Economic Behaviour and Organization, vol. 8, N. 3, pgs. 363-376.
- FRIEDMAN, M Y SCHWARTZ, A.J. (1963 a): A Monetary History of the United States 1867-1960, NBER, Princeton, Princeton University Press.
- FRIEDMAN, M Y SCHWARTZ, A.J. (1963 b): «Money and Business Cycles», Review of Economics and Statistics, suplemento de febrero, pgs. 32-64.
- FRISCH, R. (1933): «Propagation problems and impulse problems in dynamic economics», Essays in Honour of Gustav Cassel, London, George Allen and Unwin.
- GONZÁLEZ CALVET, J. Y SÁNCHEZ CHÓLIZ, J. (1994): «Notes on Jarsulic's Endogenous Credit and Endogenous Business Cycles», Journal of Post Keynesian Economics, vol. 16, N. 4, pgs. 605-618.
- GOODWIN, R. M. (1967): «A Growth Cycle», en Feinstein, C. H. (ed.): Socialism, Capitalism and Economic Growth [reed. en Goodwin, R.M. (1982): Essays in Economic Dynamics, London, MacMillan, pgs. 165-170].
- GOODWIN, R. M. Y PUNZO, L. F. (1987): The Dynamics of a Capitalist Economy, Cambridge-Oxford, Polity Press & Basil Blackwell.
- GUCKENHEIMER, J. Y HOLMES, P. (1990): Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields, Applied Mathematical Sciences, 3ª ed corr, New York, Springer Verlag.
- HAYECK, F. (1931): Prices and Production, London, G. Routledge and Sons.

- HIRSCH, M. W. Y SMALE, S. (1974): *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*, Boston, Academic Press.
- JARSULIC, M. (1988): *Effective Demand and Income Distribution. Issues in Alternative Economic Theory*, Cambridge (UK), Polity Press.
- JARSULIC, M. (1989): «Endogenous Credit and Endogenous Business Cycles», *Journal of Postkeynesian Economics*, vol. 12, N. 1, pgs. 35-48.
- JARSULIC, M. (ed.)(1993): *Non-Linear Dynamics in Economic Theory, The International Library of Critical Writings in Economics*, Aldershot, Edward Elgar.
- KALDOR, N. (1940): «A Model of the Trade Cycle», *The Economic Journal*, vol. 50, N. 197, pgs. 78-92 [reprod. en Jarsulic, M. (ed.)(1993), pgs. 24-38].
- KALDOR, N. (1982): *The Scourge of Monetarism*, Oxford, Oxford University Press.
- KALECKI, M. (1935): «A Macrodynamic Theory of Business Cycles», *Econometrica*, vol. 3, pgs. 327-344.
- KALECKI, M. (1937): «A Theory of the Business Cycles», *Review of Economic Studies*, vol. 4, pgs. 77-97 [reprod. en Jarsulic, M. (ed.)(1993), pgs. 3-23].
- KALECKI, M. (1938): «The Determinants of Distribution of the National Income», *Econometrica*, vol. 6, pgs. 327-344 [reed y modif en Kalecki (1971)].
- KALECKI, M. (1971): *Selected Essays on the Dynamics of the Capitalist Economy, 1933-1970*, Cambridge, Cambridge University Press [trad. castellana (1977): *Ensayos escogidos sobre la dinámica de la economía capitalista, 1933-1970*, F.C.E., México].
- KINDLEBERGER, C. P. (1978): *Manias, panics and crashes* (2 ed rev 1989), New York, Basic Books, Inc. [trad. castellana (1991): *Manías, pánicos y cracs. Historia de las crisis financieras*. Ed Ariel, Barcelona].
- KYDLAND, F. Y PRESCOTT, E.C. (1982): «Time to build and aggregate fluctuations», *Econometrica*, vol. 50, N. 4, pgs. 1345-1370.
- LAVOIE, M. (1992): *Foundations of Post Keynesian Economic Analysis*, Aldershot, Edward Elgar.
- LONG, J.B. Y PLOSSER, C.I. (1983): «Real business cycles», *Journal of Political Economy*, vol. 91, N. 1, pgs. 39-69.
- LORENZ, H. W. (1993): *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*, 2ª ed revis y ampl, Berlin, Springer Verlag.
- LUCAS, R.E. JR. (1972): «Expectations and the neutrality of money», *Journal of Economic Theory*, vol. 4, abril, pgs. 103-124.
- LUCAS, R.E. JR. (1987): *Models of Business Cycles*, Yrjo Jahnsson Foundation [trad. castellana (1988): *Modelos de ciclos económicos*, Alianza, Madrid].

- MC.CALLUM, B.T. (1986): «On real and sticky price models of the business cycle», NBER Working Paper N. 1933.
- MINSKY, H. (1975): John Maynard Keynes, New York, Columbia University Press [trad. castellana (1987): Las razones de Keynes, México, F.C.E.].
- MINSKY, H. (1982): Can 'It' Happen Again?, Armonk, N.Y., M. E. Sharpe.
- PERKO, L. (1991): Differential Equations and Dynamical Systems, Texts in Applied Mathematics, New York, Springer Verlag.
- SAMUELSON, P. (1939): «Interaction between the multiplier analysis and the principle of acceleration», Review of Economics and Statistics, vol. 21, N.1, pgs.75-78.
- TOBIN, J. (1970): «Money and Income: Post Hoc ergo Propter Hoc?», Quarterly Journal of Economics, vol 84, mayo, pgs. 301-317.
- VELUPILLAI, K. (ed.)(1990): Nonlinear and Multisectoral Macrodynamics, London, MacMillan Press Ltd.
- VELUPILLAI, K. (ed.)(1992): Nonlinearities, Disequilibria and Simulation. Quantitative Methods in the Stabilization of Macrodynamic Systems, London, The MacMillan Press Ltd.